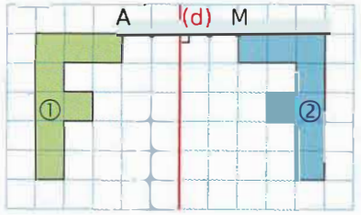
1 Figures symétriques

Définitions Deux figures sont **symétriques** par rapport à une droite si elles se superposent par pliage le long de cette droite.
Cette droite est appelée l'**axe de symétrie**.

Exemple :



Les figures ① et ② se superposent par pliage le long de la droite (d). Donc elles sont symétriques par rapport à la droite (d).
On dit également que la figure ② est le symétrique de la figure ① dans la symétrie axiale d'axe (d).

Deux points sont symétriques par rapport à une droite s'ils se superposent par pliage le long de cette droite.
Ici, les points A et M sont symétriques par rapport à la droite (d).

2 Symétrique d'un point

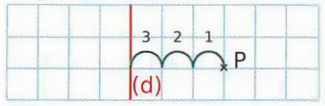
Définition Le **symétrique d'un point** A par rapport à une droite (d) est le point M, tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [AM] (c'est-à-dire tel que (d) soit la perpendiculaire au segment [AM] en son milieu).

Remarque : Si un point appartient à une droite, alors son symétrique par rapport à cette droite est le point lui-même.

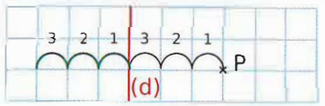
Exemple :
Construis le point S, symétrique du point P par rapport à la droite (d).

Dans un quadrillage

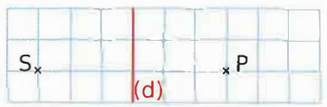
- Axe de symétrie horizontal ou vertical



On part du point P vers (d).
On y arrive en **3 carreaux**.

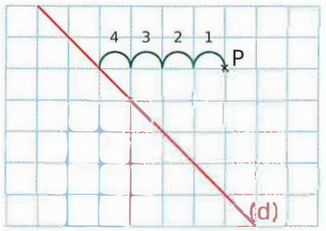


Puis, on reproduit le trajet de **3 carreaux vers la gauche**.

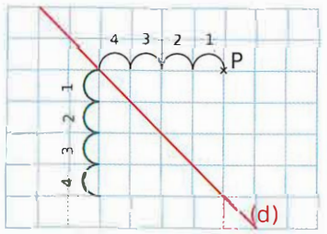


S est le symétrique du point P par rapport à (d).

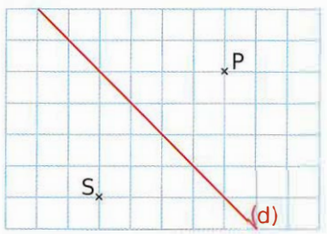
- Axe de symétrie en diagonale



On part du point P vers (d).
On y arrive en **4 carreaux**.

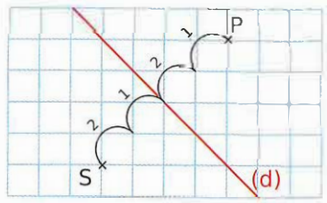


Puis, on descend de **4 carreaux**.

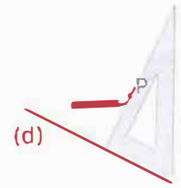


S est le symétrique du point P par rapport à (d).

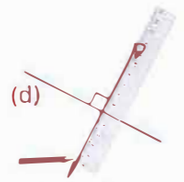
Remarque :
On peut également compter les carreaux en diagonale.



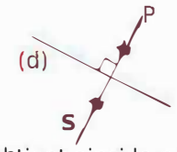
Avec l'équerre et la règle graduée



On construit la **perpendiculaire à (d) passant par le point P**.

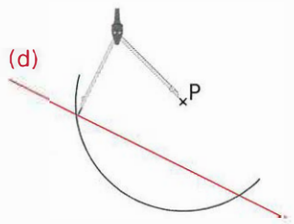


On reporte la distance de P à (d) **de l'autre côté de (d)** sur cette perpendiculaire.

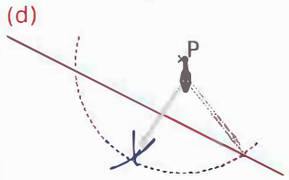


On obtient ainsi le point **S** tel que (d) soit la médiatrice de [PS].

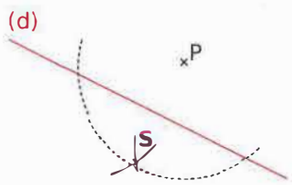
Avec le compas (1)



On trace un **arc de cercle de centre P** qui coupe l'axe en deux points.

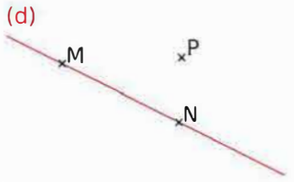


De l'autre côté de la droite (d), on trace **deux arcs de cercle** de même rayon et de centres les deux points précédents.

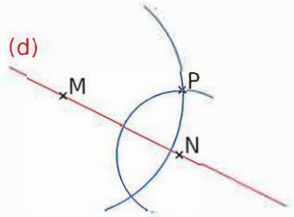


Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point **S**.

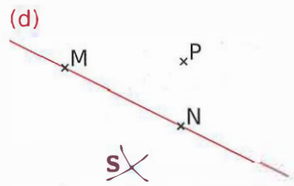
Avec le compas (2)



On prend deux points distincts quelconques M et N sur la droite (d).



On trace **deux arcs de cercle** de centres les deux points précédents et passant par P.



Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point **S**.

Remarque : Cette méthode est plus intéressante que la précédente si on a beaucoup de symétriques de points à construire : il n'y a que deux points sur l'axe de symétrie, et non plus un faisceau d'arcs de cercle qui peut induire en erreur.

3 Propriétés de la symétrie axiale

Propriété 1 **Symétrique d'une droite**
Le symétrique d'une droite par rapport à un axe est **une droite**.
La symétrie axiale **conserve l'alignement**.

Propriété 2 **Symétrique d'un segment**
Le symétrique d'un segment par rapport à un axe est **un segment de même longueur**. La symétrie axiale **conserve les longueurs**.

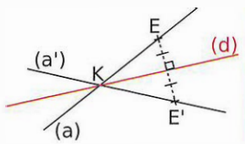
Remarque : Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

Propriété 3 **Symétrique d'un cercle**

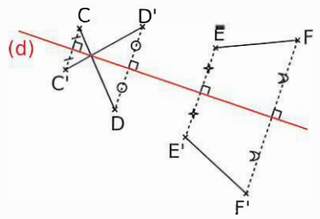
Le symétrique d'un cercle par rapport à un axe est **un cercle de même rayon**. Les centres des cercles sont symétriques par rapport à cet axe.

Exemples :

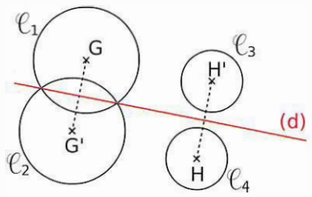
Symétrique d'une droite



Symétrique d'un segment



Symétrique d'un cercle



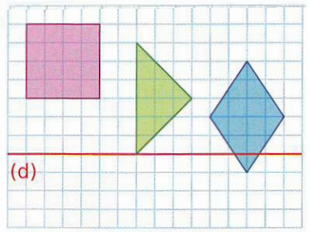
Propriété 4 La symétrie axiale **conserve les mesures des angles, les périmètres et les aires**.

Propriété 5 Pour construire le symétrique d'une figure complexe, on la décompose en **figures usuelles** et on construit le symétrique de chacune d'elles.

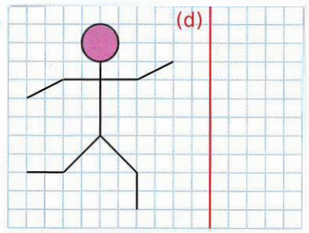
Exercices « À toi de jouer ! »

1 Reproduis puis construis le symétrique de chaque figure par rapport à la droite (d).

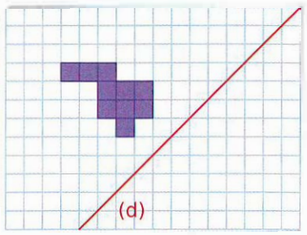
a.



b.



c.



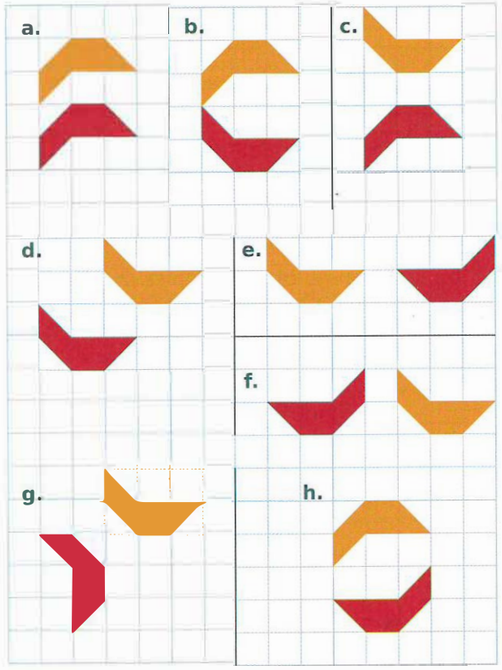
2 Trace deux droites sécantes (d') et (d''), puis place un point A qui n'appartient ni à (d'), ni à (d''). Construis les symétriques A' et A'' de A par rapport à (d') et à (d'').

3 Construis un triangle ABC. Construis le point D, symétrique de B par rapport à (AC).

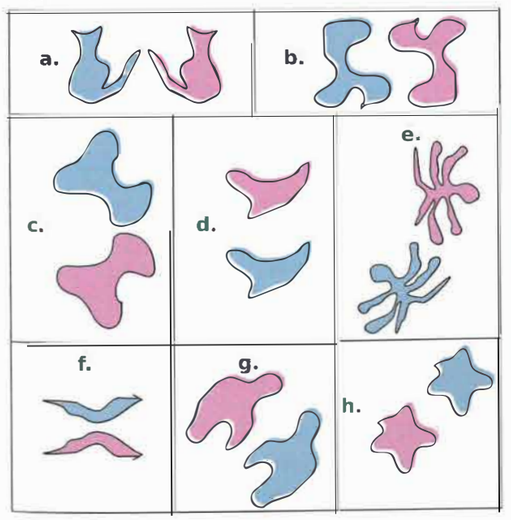
4 Trace une droite (d) et un point F qui n'est pas sur (d). Trace le cercle de centre F et de rayon 5 cm. Trace son symétrique par rapport à (d). Quel est son périmètre ?

Définition de la symétrie axiale

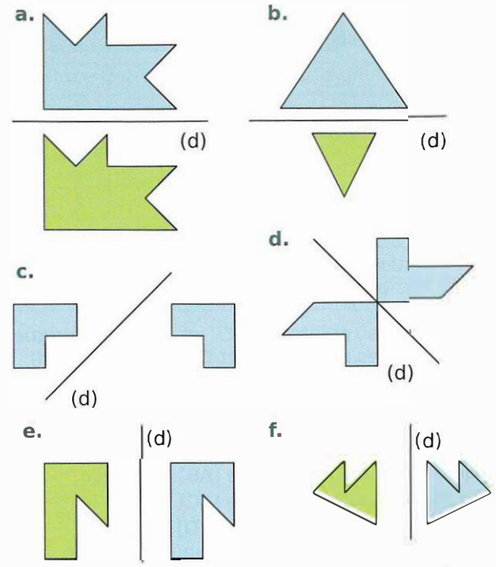
5 Dans chaque cas ci-dessous, indique si les figures rouge et orange sont symétriques par rapport à une droite.



6 Dans chaque cas ci-dessous, indique si les figures mauve et bleue sont symétriques par rapport à une droite.

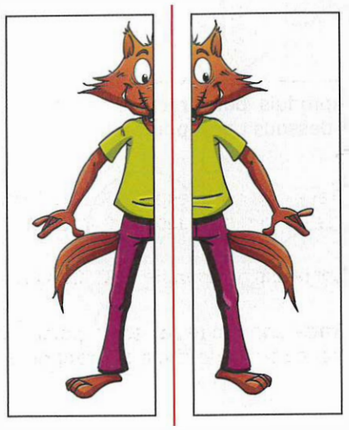


7 Pourquoi les figures bleue et verte ne sont-elles pas symétriques par rapport à la droite (d) ?



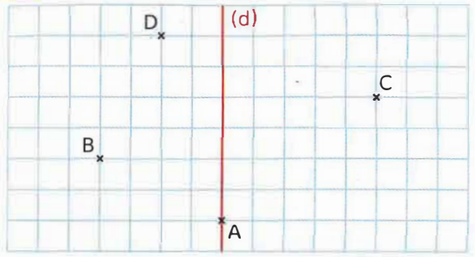
8 Sur du papier calque, trace une droite en rouge. Cette droite partage ton calque en deux.
Sur la première moitié du calque, dessine un motif en t'inspirant du dessin ci-contre, puis plie ton calque et complète le dessin pour que ta figure soit symétrique par rapport à l'axe rouge.

9 Trouve les erreurs qui se sont glissées sur ces deux figures pour qu'elles soient parfaitement symétriques par rapport à la droite rouge.



Dans un quadrillage

10 Reproduis la figure ci-dessous.



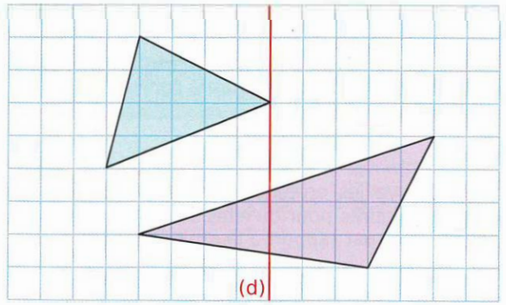
a. Place les points B', C' et D', symétriques respectifs des points B, C et D par rapport à (d).

b. Quel est le symétrique du point A ?

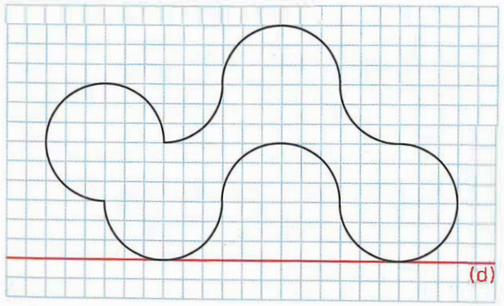
c. Trace les segments [AB], [BC] et [CD].
Par la symétrie d'axe (d)...
- quel est le symétrique de [AB] ? Trace-le.
- quel est le symétrique de [BC] ? Trace-le.
- quel est le symétrique de [CD] ? Trace-le.

d. Quel est le symétrique du triangle DCB par rapport à la droite (d) ?

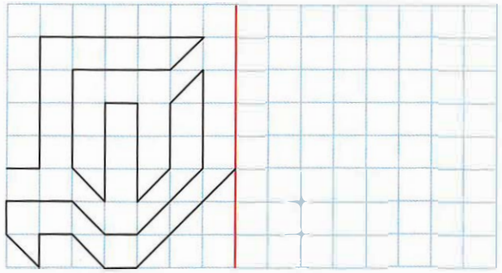
11 Reproduis puis trace le symétrique de chaque triangle par rapport à la droite (d).



12 Reproduis puis trace le symétrique de la figure ci-dessous par rapport à la droite (d).

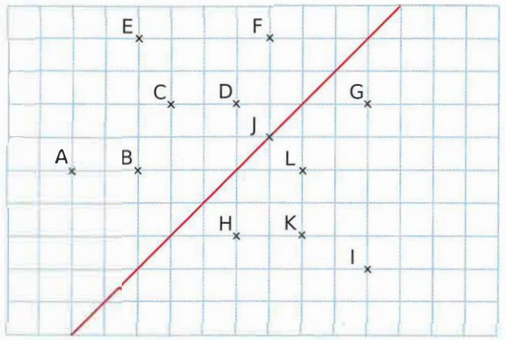


13 Reproduis cette figure puis trace son symétrique par rapport à l'axe rouge. Continue en répétant au moins une autre fois le motif.



14 ***Points symétriques***

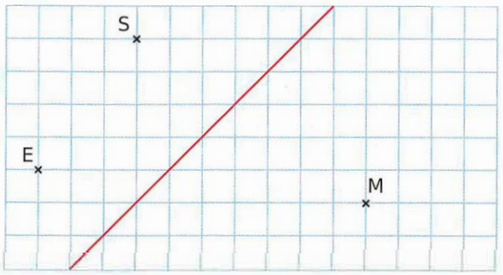
a. Sur cette figure, cite les couples de points qui sont symétriques par rapport à l'axe rouge.



b. Écris trois phrases du type : « L'axe rouge est la médiatrice du segment ... . ».

c. Reproduis cette figure et complète-la pour que chaque point ait un symétrique.

15 Reproduis la figure ci-dessous.

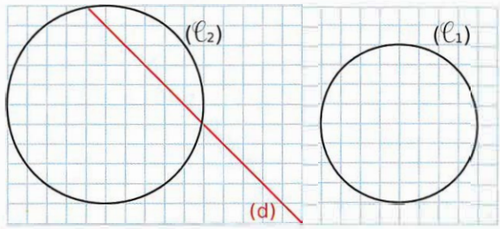


a. Place les points T, R et O, symétriques respectifs des points S, E et M par rapport à l'axe rouge.

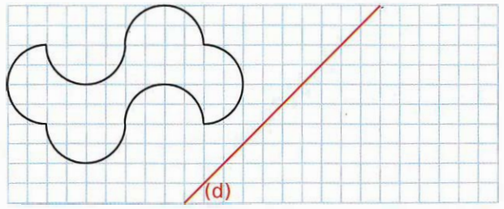
b. Trace le triangle SEM.

c. Quel est son symétrique par rapport à l'axe rouge ? Trace-le.

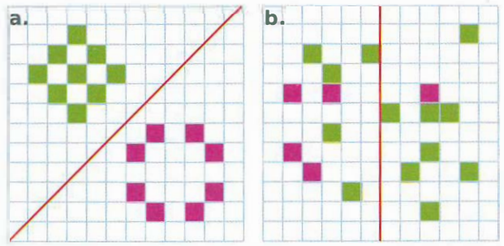
16 Reproduis et construis le symétrique des cercles ci-dessous par rapport à la droite (d).



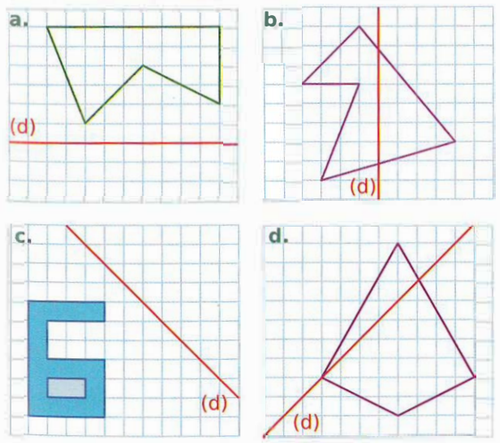
17 Reproduis la figure suivante, puis trace son symétrique par rapport à la droite (d).



18 Reproduis et colorie le minimum de cases pour que l'axe rouge soit un axe de symétrie.



19 Reproduis puis trace le symétrique de chaque figure par rapport à la droite (d).



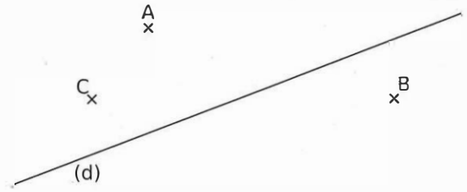
Constructions

20 **Géométrie Dynamique**

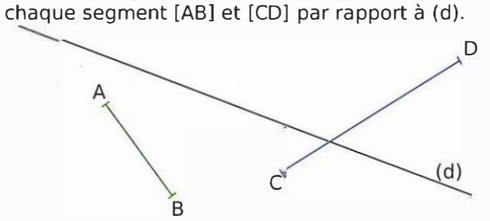
a. Trace une droite (AB) et place un point C.

b. Explique comment construire le symétrique du point C par rapport à la droite (AB), sans utiliser l'outil *Symétrie*.

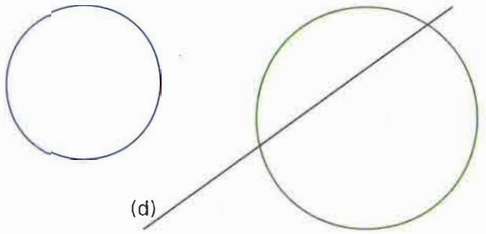
21 Reproduis une figure semblable à la figure ci-dessous, puis construis le symétrique de chaque point A, B et C par rapport à la droite (d).



22 Reproduis une figure semblable à la figure ci-dessous, puis construis le symétrique de chaque segment [AB] et [CD] par rapport à (d).



23 Reproduis une figure semblable à la figure ci-dessous, puis construis le symétrique de chaque cercle par rapport à la droite (d).



24 **Géométrie Dynamique**

a. Trace une droite (AB), puis un cercle de centre C passant par D.

b. Construis le symétrique de ce cercle par rapport à la droite (AB).

c. Déplace les points et observe ce qui se passe. Que remarques-tu ?