

Chapitre 2 :

Le théorème de

Pythagore

I La racine carrée

Soit un nombre a , on appelle «carré de a » et on note a^2 le nombre a multiplié par lui-même.

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

$$0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$$

Dans le tableau ci-dessous, on écrit des nombres positifs sur la première ligne et leur carré sur la deuxième.

2	9	7	B=?	C=?	D=?
4	81	A=?	25	144	13

$$A=7^2=49$$

$$B=5 \text{ car } 5^2=25$$

$$C=12 \text{ car } 12^2=144$$

Et pour D ? Ce n'est ni 3, car $3^2=9$, ni 4, car $4^2=16$.

C'est donc un nombre entre 3 et 4.

On le note $\sqrt{13}$, il se prononce «racine de 13» et il vaut environ 3,606.

II Le théorème

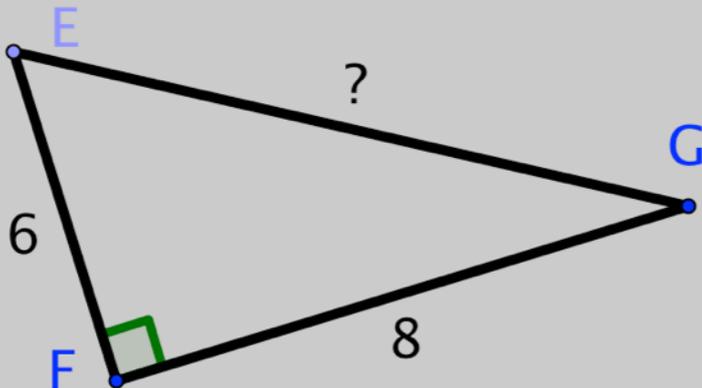
Version 1 : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Version 2 : Si ABC est rectangle en C alors :

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

Ce théorème permet, **dans un triangle rectangle**, de calculer la longueur d'un côté lorsqu'on connaît la longueur des deux autres.

EFG est rectangle en F. En justifiant, calculer EG.



EFG est rectangle en F donc d'après le théorème de Pythagore :

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

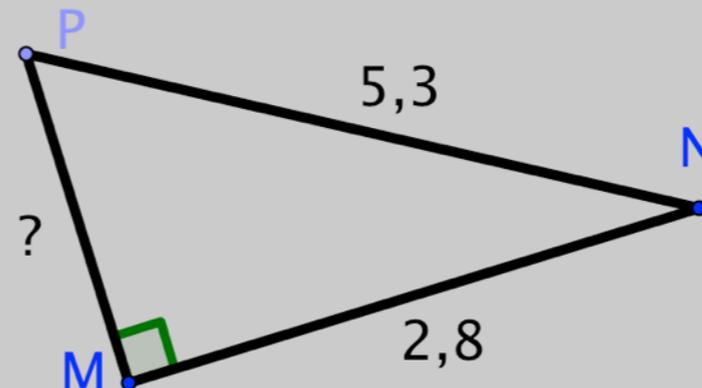
$$EG^2 = 6^2 + 8^2$$

$$EG^2 = 36 + 64$$

$$EG^2 = 100$$

$$EG = \sqrt{100} = 10$$

MNP est rectangle en M. Calculer MP.



MNP est rectangle en M donc d'après le théorème de Pythagore :

$$MP^2 + MN^2 = NP^2$$

$$MP^2 + 2,8^2 = 5,3^2$$

$$MP^2 + 7,84 = 28,09$$

$$MP^2 = 28,09 - 7,84 = 20,25$$

$$MP = \sqrt{20,25} = 4,5$$

III Conséquence et réciproque

Conséquence du théorème de Pythagore :

Si dans un triangle le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore :

Si dans un triangle le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

Pour déterminer si un triangle est rectangle ou pas :

- 1) on repère la longueur du plus grand côté
- 2) on calcule son carré
- 3) on additionne les carrés des deux autres côtés

Si on trouve le même résultat en 2) et 3) alors le triangle est **r e c t a n g l e** d'après la réciproque.

Si on trouve des résultats différents en 2) et 3) alors le triangle n'est pas rectangle d'après la conséquence.

III Conséquence et réciproque

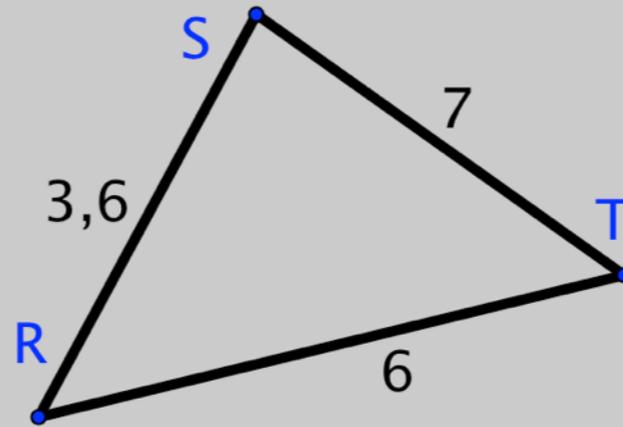
RST est-il rectangle ? Justifier.

Le plus grand côté est ST. On a :

$$\begin{array}{l|l} ST^2 = 7^2 & SR^2 + RT^2 = 3,6^2 + 6^2 \\ ST^2 = 49 & SR^2 + RT^2 = 12,96 + 36 \\ & SR^2 + RT^2 = 48,96 \end{array}$$

$$ST^2 \neq SR^2 + RT^2$$

Donc, d'après la conséquence du théorème de Pythagore, RST n'est pas rectangle.



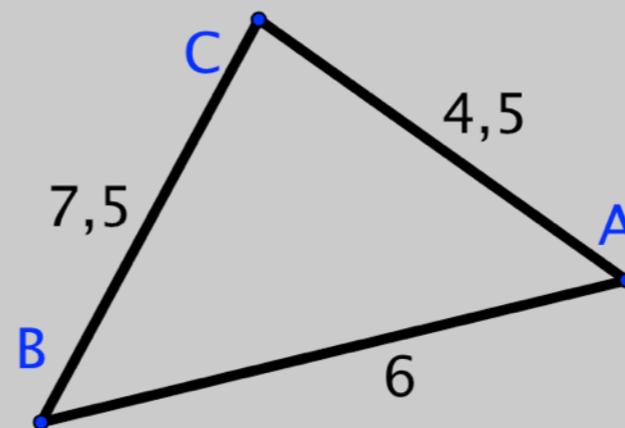
ABC est-il rectangle ? Justifier.

Le plus grand côté est BC. On a :

$$\begin{array}{l|l} BC^2 = 7,5^2 & AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 \\ BC^2 = 56,25 & AB^2 + AC^2 = 36 + 20,25 \\ & AB^2 + AC^2 = 56,25 \end{array}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A.



IV Bilan

On a...	On veut...	On utilise...
un triangle <u>rectangle</u> et deux longueurs	la troisième longueur	le théorème de Pythagore
un triangle et les trois longueurs	montrer que le triangle <u>est</u> rectangle	la conséquence du théorème de Pythagore
un triangle et les trois longueurs	montrer que le triangle <u>n'est pas</u> rectangle	la réciproque du théorème de Pythagore