Triangles égaux

I. Définitions

Annexe `1.

Comment passe-t-on de `¨a¨b¨c à `¨r¨s¨t?

Par une symétrie axiale.

Que peut-on en déduire des mesures de ces `2 triangles ?

Comme la symétrie axiale conserve les longueurs et les angles, leurs longueurs et leurs angles sont identiques.

Annexe `2:

Comment passe-t-on de `¨e¨f¨g à `¨i¨j¨k?

Par une rotation suivie d’une translation.

Que peut-on en déduire des mesures de ces `2 triangles ?

Comme ces transformations conservent les longueurs et les angles, leurs longueurs et leurs angles sont identiques.

Définition `1:

Si on peut passer d'un triangle à un autre en n'utilisant que des symétries, des translations et des rotations, on obtient des triangles dont les angles sont égaux et les longueurs des côtés égales, on dit que ces triangles sont égaux.

Définition `2:

Si deux triangles égaux, les côtés, les sommets, les angles de l'un qui correspondent aux côtés, aux sommets, aux angles de l’autres sont dits homologues.

Annexe `3: les triangles `¨x¨y¨z et `¨l¨m¨n sont égaux.

Compléter ce tableau avec l'homologue de chaque objet:

Adaptation du tableau comme suit: C `1, colonne `1; C `2 colonne `2:

--C `1: `¨x; C `2: `¨l;

--C `1: `¨y; C `2: `¨l;

--C `1: `¨z; C `2: `¨m;

--C `1: `à¨x¨yù; C `2: `à¨l¨nù;

--C `1: `à¨x¨zù ; C `2: `à¨l¨mù;

--C `1: `à¨y¨zù ; C `2: `à¨n¨mù;

--C `1: `¤:¨x¨y¨z; C `2: `¤:¨l¨n¨m;

--C `1: `¤:¨y¨z¨x; C `2: `¤:¨n¨m¨l;

--C `1: `¤:¨z¨x¨y; C `2: `¤:¨m¨l¨n;.

II. Propriétés.

Figures en annexe `4.

Propriété `1:

Si deux triangles ont leurs côtés deux à deux de même longueur alors ces deux triangles sont égaux. (`1^er cas).

Propriété `2:

Si deux triangles ont un angle de même mesure formé par deux côtés deux à deux de même longueur alors ces deux triangles sont égaux. (`2^ème cas).

Propriété `3:

Si deux triangles ont un côté de même longueur encadré par deux angles deux à deux de même mesure alors ces deux triangles sont égaux. (`3^ème cas).

Exercice.

Annexe `5 DER: `¨a¨b¨c équilatéral, `¨c¨d"¨a¨e"¨b¨f

Démontrer que `¨d¨e¨f est équilatéral.

Je sais que `¨a¨b¨c est équilatéral donc `¨a¨b"¨a¨c"¨b¨c.

De plus `¨c¨d"¨a¨e"¨b¨f donc `¨a¨d"¨b¨e"¨c¨f.

De même, `¤:¨a¨b¨c"`¤:¨b¨c¨a"¤:¨c¨a¨b.

Or si deux triangles ont un angle de même mesure formé par deux côtés deux à deux de même longueur alors ces deux triangles sont égaux.

Donc `¨a¨e¨d, `¨b¨e¨f et `¨c¨d¨f sont égaux.

Cela signifie que les trois côtés homologues, `à`¨d¨eù, `à`¨e¨fù, `à`¨d¨fù sont de la même longueur.

Donc `¨d¨e¨f est équilatéral.