

# Le théorème de Pythagore

# I La racine carrée

Soit un nombre  $a$ , on appelle «carré de  $a$ » et on note  $a^2$  le nombre  $a$  multiplié par lui-même.

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

$$0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$$

Dans le tableau ci-dessous, on écrit des nombres positifs sur la première ligne et leur carré sur la deuxième.

2	9	7	B=?	C=?	D=?
4	81	A=?	25	144	13

$$A=7^2=49$$

$$B=5 \text{ car } 5^2=25$$

$$C=12 \text{ car } 12^2=144$$

Et pour D ? Ce n'est ni 3, car  $3^2=9$ , ni 4, car  $4^2=16$ .

C'est donc un nombre entre 3 et 4.

On le note  $\sqrt{13}$ , il se prononce «racine de 13» et il vaut environ 3,606.

# II Le théorème

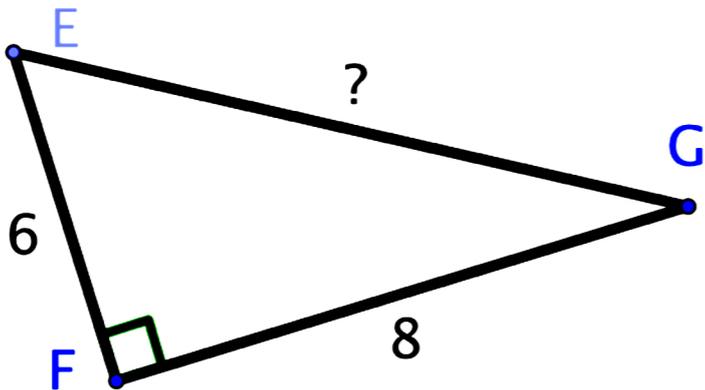
Version 1 : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Version 2 : Si ABC est rectangle en C alors :

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

Ce théorème permet, dans un triangle rectangle, de calculer la longueur d'un côté lorsqu'on connaît la longueur des deux autres.

EFG est rectangle en F. En justifiant, calculer EG.



EFG est rectangle en F donc d'après le théorème de Pythagore :

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

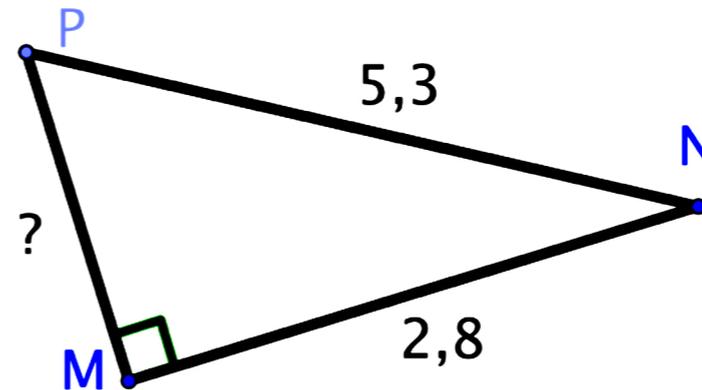
$$EG^2 = 6^2 + 8^2$$

$$EG^2 = 36 + 64$$

$$EG^2 = 100$$

$$EG = \sqrt{100} = 10$$

MNP est rectangle en M. Calculer MP.



MNP est rectangle en M donc d'après le théorème de Pythagore :

$$MP^2 + MN^2 = NP^2$$

$$MP^2 + 2,8^2 = 5,3^2$$

$$MP^2 + 7,84 = 28,09$$

$$MP^2 = 28,09 - 7,84 = 20,25$$

$$MP = \sqrt{20,25} = 4,5$$

# III Conséquence et réciproque

Conséquence du théorème de Pythagore :

Si dans un triangle le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore :

Si dans un triangle le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

Pour déterminer si un triangle est rectangle ou pas :

- 1) on repère la longueur du plus grand côté
- 2) on calcule son carré
- 3) on additionne les carrés des deux autres côtés

Si on trouve le même résultat en 2) et 3) alors le triangle est **r e c t a n g l e** d'après la réciproque.

Si on trouve des résultats différents en 2) et 3) alors le triangle n'est pas rectangle d'après la conséquence.

# III Conséquence et réciproque

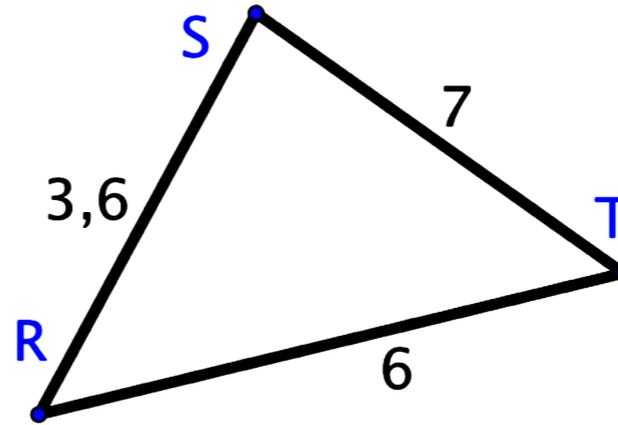
RST est-il rectangle ? Justifier.

Le plus grand côté est ST. On a :

$$\begin{array}{l|l} ST^2 = 7^2 & SR^2 + RT^2 = 3,6^2 + 6^2 \\ ST^2 = 49 & SR^2 + RT^2 = 12,96 + 36 \\ & SR^2 + RT^2 = 48,96 \end{array}$$

$$ST^2 \neq SR^2 + RT^2$$

Donc, d'après la conséquence du théorème de Pythagore, RST n'est pas rectangle.



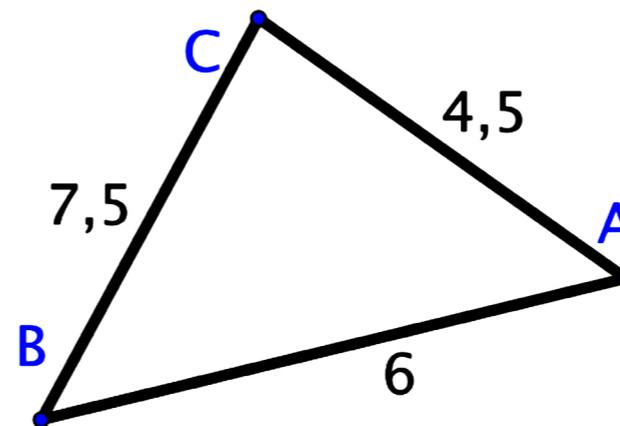
ABC est-il rectangle ? Justifier.

Le plus grand côté est BC. On a :

$$\begin{array}{l|l} BC^2 = 7,5^2 & AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 \\ BC^2 = 56,25 & AB^2 + AC^2 = 36 + 20,25 \\ & AB^2 + AC^2 = 56,25 \end{array}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A.



# IV Bilan

On a...	On veut...	On utilise...
un triangle <b><u>rectangle</u></b> et deux longueurs	la troisième longueur	le théorème de Pythagore
un triangle et les trois longueurs	montrer que le triangle <b><u>est</u></b> rectangle	la conséquence du théorème de Pythagore
un triangle et les trois longueurs	montrer que le triangle <b><u>n'est pas</u></b> rectangle	la réciproque du théorème de Pythagore