

PROPRIÉTÉS DE GÉOMÉTRIE

En plus des propriétés ci-dessous, il faut bien évidemment connaître les définitions qui ne sont pas citées ici : par exemple la définition d'un triangle isocèle, d'une hauteur, d'une médiane, etc.
Les numéros des propriétés étudiés en classe de 4^e sont indiqués dans un carré.

Droites

- D1** Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
- D2** Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.
- D3** Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Médiatrice

- M1** Si une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu alors c'est la médiatrice de ce segment.
- M2** Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et passe par son milieu.
- M3** Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
- M4** Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice de ce segment.
- M5** Si une droite passe par deux points équidistants des extrémités d'un segment alors c'est la médiatrice de ce segment.
- M6** Si une droite passe par un point équidistant des extrémités d'un segment et est perpendiculaire à ce segment alors c'est la médiatrice de ce segment.

Triangle

- T1** Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (*Théorème de Pythagore*).
- T2** Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.
- T3** Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté (*reciproque du théorème de Pythagore*).

- T4** Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
- T5** Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le milieu de l'hypoténuse.
- T6** Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le triangle est rectangle en ce sommet.
- T7** Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.
- T8** Si un segment joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.
- T9** Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
- T10** Dans un triangle ABC, si M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC] et si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors :
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
 (*théorème de Thalès*)
- T11** Si une droite passe par un sommet et l'intersection de deux bissectrices d'un triangle alors c'est une bissectrice de ce triangle.

Parallélogramme

- P1** Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.
- P2** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- P3** Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.
- P4** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales ont le même milieu.
- P5** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même longueur.
- P6** Si un quadrilatère (non croisé) a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.

Losange

-  Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un losange.
-  Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux et ses quatre côtés sont de même longueur.
-  Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et sont perpendiculaires alors c'est un losange.
-  Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.
-  Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.
-  Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Rectangle

-  Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle.
-  Si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux, de même longueur et ses quatre angles sont droits.
-  Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu et de même longueur alors c'est un rectangle.
-  Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont le même milieu et sont de même longueur.
-  Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.
-  Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

Carré

-  Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et un angle droit alors c'est un carré.
-  Si un quadrilatère est un carré alors il a quatre côtés de même longueur, quatre angles droits et ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
-  Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, de même longueur et perpendiculaires alors c'est un carré.

-  Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales ont le même milieu, sont perpendiculaires et sont de même longueur.
-  Si un losange a un angle droit alors c'est un carré.
-  Si un losange a deux diagonales de même longueur alors c'est un carré.
-  Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.

Cercle

-  Si deux points sont sur un cercle alors le centre de ce cercle est équidistant de ces deux points.
-  Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.

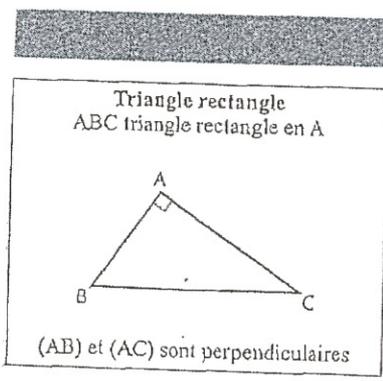
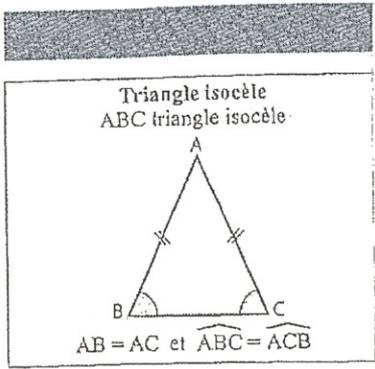
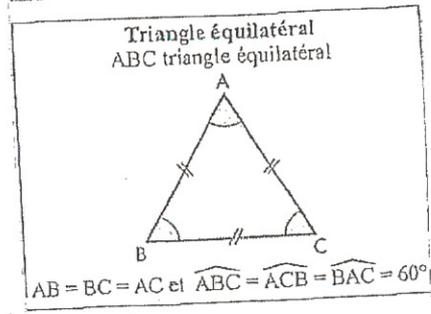
Angles

-  Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .
-  Si deux angles alternes internes sont formés par deux parallèles alors ils sont égaux.
-  Si deux angles correspondants sont formés par deux parallèles alors ils sont égaux.
-  Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils sont égaux.
-  Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes internes égaux alors ces deux droites sont parallèles.
-  Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants égaux alors ces deux droites sont parallèles.

Transformations

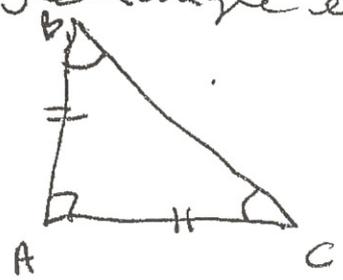
-  Par une symétrie axiale, par une symétrie centrale :
 - l'image d'une droite est une droite,
 - l'image d'un segment est un segment de même longueur,
 - l'image d'un angle est un angle de même mesure.
-  Par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite parallèle.

TRIANGLES



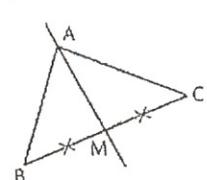
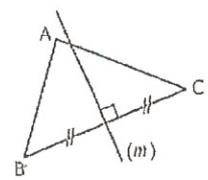
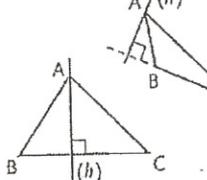
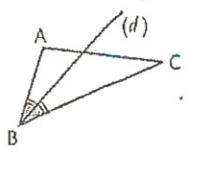
+
triangle
rectangle
isocèle

triangle rectangle et isocèle



$AB = AC$
 $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45^\circ$
 (AB) et (AC) sont perpendiculaires

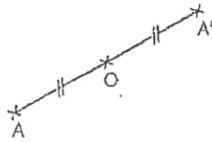
DROITES DANS UN TRIANGLE

Médiane (AM) médiane du triangle ABC	Médiatrice (m) médiatrice du triangle ABC	Hauteur (h) hauteur du triangle ABC	Bissectrice (d) bissectrice de \widehat{ABC}
			
Droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet	Droite perpendiculaire à un côté et passant par son milieu	Droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet	Droite passant par un sommet et partageant l'angle en deux angles de même mesure



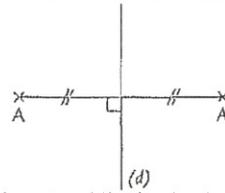
POINTS SYMÉTRIQUES

Points symétriques par rapport à un point
A et A' sont symétriques par rapport à O.



O est le milieu [AA']

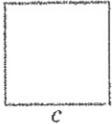
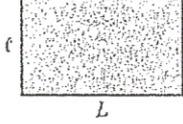
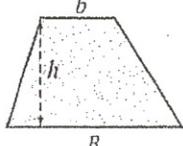
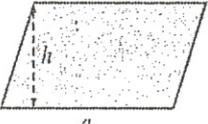
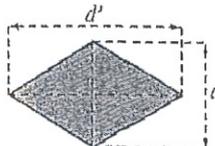
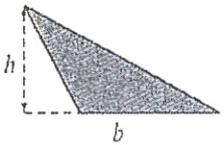
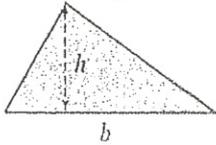
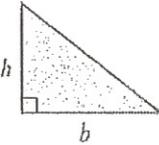
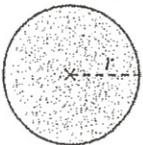
Points symétriques par rapport à une droite
A et A' sont symétriques par rapport à (d)



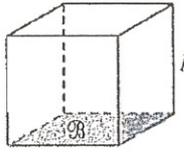
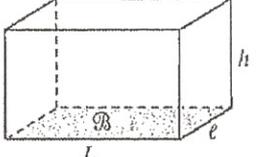
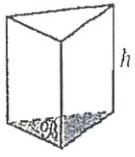
(d) est la médiatrice de [AA']

FORMULAIRE

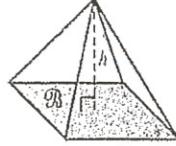
AIRES

<p>Carré</p>  <p>Aire : c^2</p>	<p>Rectangle</p>  <p>Aire : $L \times l$</p>	<p>Trapèze</p>  <p>Aire : $\frac{B+b}{2} \times h$</p>	<p>Parallélogramme</p>  <p>Aire : $a \times h$</p>	<p>Losange</p>  <p>Aire : $\frac{d \times d'}{2}$</p>
<p>Triangles</p>    <p>Aire : $\frac{b \times h}{2}$</p>			<p>Cercle et disque</p>  <p>Aire du disque : $\pi \times r^2$ Périmètre du cercle : $2\pi \times r$</p>	

VOLUMES

<p>Cube</p>  <p>Volume : h^3</p>	<p>Parallélépipède rectanglé</p>  <p>Volume : $L \times l \times h$</p>	<p>Cylindre</p>  <p>Volume : $\pi \times r^2 \times h$</p>	<p>Prisme droit</p>  <p>Volume : $B \times h$</p>
<p>Volume : $B \times h$ B : aire de la base</p>			

CÔNE ET PYRAMIDE

<p>Cône de révolution</p>  <p>Volume : $\frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$</p>	<p>Pyramide</p>  <p>Volume : $\frac{B \times h}{3}$</p>
<p>Volume : $\frac{B \times h}{3}$ B : aire de la base</p>	

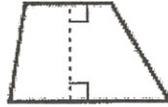
CONVERSIONS

<p>1 m = 10 dm 1 m = 100 cm 1 km = 1 000 m</p>	<p>1 m² = 100 dm² 1 ha = 10 000 m²</p>	<p>1 m³ = 1 000 dm³ 1 L = 100 cL 1 dm³ = 1 L</p>
--	---	---

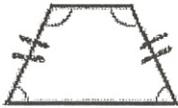
8 + dernière

Pour chaque solide =

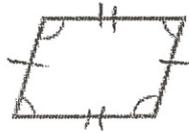
- une représentation en perspective
- une vue de dessus
- une vue de face
- une vue de côté



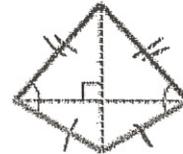
trapèze : 2 côtés opposés parallèles



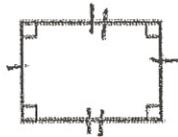
trapèze isocèle
2 côtés égaux, diagonales égales



parallélogramme : 2 côtés opposés parallèles
deux à deux, diagonales qui ont le même milieu



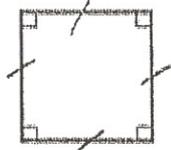
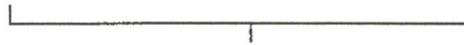
cerf-volant
diagonales perpendiculaires



rectangle
4 angles droits, diagonales qui se coupent en leur milieu



losange
côtés égaux, diagonales perpendiculaires et qui se croisent en leur milieu



carré = rectangle losange